

Cours: Ch 1: Second degré.

I: Fonctions polynômes du 2nd degré

1) Défini°.

On appelle fonc poly de 2nd d°, la fct déf sur $\mathbb{R}$ qui peut s'écrire sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \in \mathbb{R}^*$, $b \in \mathbb{R}$ et $c \in \mathbb{R}$.

Cette forme est appelée forme développée de f et a, b et c sont appelés coefficients de f .

exemples:

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = 3x^2 - 2x + 4 \\ g(x) = -5x^2 + 1 \\ h(x) = \frac{1}{2}x^2 - \sqrt{2}x \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{st des fct} \\ \text{poly du 2nd d°} \end{array}$$

Rq: On appelle aussi ces fct poly du 2nd d° les fonc trinômes.

Exo: Pour chaque fct ci-dessous, déterminer si ce st des fct trinômes et si oui en donner les coeff.

1) $f(x) = (2x-1)^2 - 4(x+3)^2$

$$\begin{aligned} &= 4x^2 - 4x + 1 - 4(x^2 + 6x + 9) \\ &= 4x^2 - 4x + 1 - 4x^2 - 24x - 36 \\ &= -28x - 35. \quad \text{Non} \end{aligned}$$

2) $g(x) = (5x-7)(5x+7)$

$$= 25x^2 - 49. \quad \text{oui} \quad \left| \begin{array}{l} a = 25 \\ b = 0 \\ c = -49 \end{array} \right.$$

3) $h(x) = (2x+3)(-4x+5) - 3(2x-5)$

$$\begin{aligned} &= -8x^2 + 10x - 12x + 15 - 6x + 15 \\ &= -8x^2 - 8x + 30 \end{aligned}$$

oui $\left| \begin{array}{l} a = -8 \\ b = -8 \\ c = 30 \end{array} \right.$

2) Racines et factorisation.

Déf: On appelle racine de la f^{on} f poly du 2nd d^o déf sur $\mathbb{R}$, tout réel x_1 tq $f(x_1) = 0$.

Rq: On appelle racine évidente, tte racine entière comprise entre -3 et 3.

Pt^e: St $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$.

* Si x_1 est une racine de f alors f peut se factoriser par $x - x_1$ sous la forme

$$f(x) = (x - x_1)(ax + d)$$

où d est un réel.

* Si x_1 et x_2 st 2 racines de f alors f se factorise par $(x - x_1)$ et $(x - x_2)$ sous la forme

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Exe: Déterminer la forme factorisée de f sachant que:

1) $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ et 1 racine évidente de f se factorise par $(x - 1)$ sous la forme $f(x) = (x - 1)(2x + d)$

$$-1 \times d = 1 \quad d = -1.$$

$$f(x) = (x - 1)(2x - 1).$$

2) $f(x) = -2x^2 - 4x + 6$ et 1, -3

Racines évidentes

de f se factorise par $(x - 1)$ et $(x + 3)$

$$f(x) = -2(x - 1)(x + 3)$$

3) Somme et pdt de racines.

St $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$.

St x_1 et x_2 ses racines.

Alors $f(x)$ se factorise sous la forme

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2) \\ = a(x^2 - x_2x - x_1x + x_1x_2)$$

$$= ax^2 - ax_2x - ax_1x + ax_1x_2$$

$$= ax^2 - a(x_1 + x_2)x + ax_1x_2$$

$$\text{or } f(x) = ax^2 + bx + c.$$

$$\text{ainsi } b = -a(x_1 + x_2) \text{ et } c = ax_1x_2$$

$$\text{d'où } S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{et } P = x_1x_2 = \frac{c}{a}$$

Plé: St $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$

St x_1 et x_2 les racines de f .

$$\text{Alors } S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

et

$$P = x_1x_2 = \frac{c}{a}$$

Conséquence: $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$.

$$a \neq 0 \text{ dc } f(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$$

$$= a(x^2 - Sx + P)$$

Plé: x_1 et x_2 st les racines de f
polynôme de d° 2, définie par

$$f(x) = x^2 - Sx + P \text{ où } S = x_1 + x_2 \\ \text{et } P = x_1x_2$$

Exos: n° 1, 2, 3, 4 p 11.

1 Dans chacun des cas suivants, déterminer sous forme factorisée les fonctions polynômes du second degré admettant les racines suivantes.

a. 0 et -4 **b.** -9 et 8

a) 0 et -4 st racines de f donc

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-0)(x-(-4)) \quad a \neq 0 \\ &= ax(x+4) \quad a \neq 0. \end{aligned}$$

b) -9 et 8 st racines de f donc

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-(-9))(x-8) \quad a \neq 0 \\ &= a(x+9)(x-8) \quad a \neq 0. \end{aligned}$$

2 Déterminer sous forme factorisée et développée la fonction polynôme du second degré f vérifiant les conditions suivantes.

a. Ses racines sont -2 et 5 ; $f(-1) = -36$.

b. Ses racines sont $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$; $f(0) = 2$.

c. Ses racines sont $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$; $f(0) = 1$.

a) -2 et 5 st racines de f donc
 $f(x) = a(x+2)(x-5)$

de plus $f(-1) = -36$

$$\text{or } f(-1) = a(-1+2)(-1-5) = -6a$$

$$\text{d'où } -6a = -36 \text{ et } a = 6$$

$$f(x) = 6(x+2)(x-5)$$

$$b) \dots f(x) = a(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$$

$$\text{or } f(0) = 2$$

$$\text{d'où } f(0) = a(-\sqrt{2})(\sqrt{2}) = -2a$$

$$\text{donc } -2a = 2 \text{ et } a = -1$$

$$f(x) = -(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$$

3 f est une fonction polynôme du second degré admettant 2 pour racine et dont la somme des racines est -7 .

a. Déterminer sous forme factorisée une expression de $f(x)$.

b. Déterminer la forme développée de $f(x)$ sachant que $f(0)=6$.







